

Добрая задача с добрым условием про арбузы

В задаче требуется найти количество подотрезков массива, сумма на которых не равна K . Будем для простоты считать X — количество подотрезков с суммой, равной K . Тогда ответ — это количество вообще всех подотрезков — $X = \frac{n \cdot (n+1)}{2} - X$.

Решение 1:

Нередко в задачах на поиск количества подотрезков, удовлетворяющих некоторому условию, можно применить такую идею: переберём правую границу r и для каждой правой границы быстро узнаем количество подходящих левых.

Давайте заранее насчитаем $pref_i$ — массив префиксных сумм. Дальше перебираем правую границу искомого подотрезка в порядке возрастания. Нужно узнать количество таких l , что $pref_r - pref_{l-1} = k$, то есть $pref_{l-1} = pref_r - k$. Можно хранить все уже рассмотренные $pref_i$ в словаре d . Тогда количество подходящих l равно $d[pref_r - k]$, так как $l - 1 \in [0, r - 1]$.

Сложность работы: $\mathcal{O}(n)/\mathcal{O}(n \log n)$ в зависимости от сложности работы словаря.

Решение 2:

Решим более простую задачу, когда в массиве не может быть нулей. Введём обозначение $sum(l, r) = \sum_{i=l}^r a_i$.

Пусть для некоторой левой границы l_1 существует некоторая правая граница r_1 , что $sum(l_1, r_1) = k$. Заметим, что таких r_1 для фиксированной l_1 не более одной штуки, так как для всех $r' < r_1$ $sum(l_1, r') < sum(l_1, r_1) = k$, а для всех $r' > r_1$ $sum(l_1, r') > sum(l_1, r_1) = k$ (это следует из того, что в массиве все числа положительные).

Теперь возьмём $l_2 = l_1 + 1$, тогда, если и существует такое r_2 , что $sum(l_2, r_2) = k$, то обязательно $r_2 > r_1$, так как $sum(l_2, r_1) < k$, ведь $a_{l_1} > 0$.

То есть если перебирать левую границу и двигать l от 1 до n , то потенциальная правая граница подходящего подотрезка будет двигаться только вправо. Значит, можно честно перебирать левую границу, затем двигать правую, пока $sum(l, r) < k$. Если сумма всё-таки равна k , значит, отрезок $[l, r]$ подходит.

Более простую задачу научились решать, вернёмся к исходной.

Аналогичным образом найдём для каждой левой границы минимальную правую r_1 , что для всех $r \geq r_1$ $sum(l, r) \geq k$, и минимальную r_2 , что для всех $r \geq r_2$ $sum(l, r) > k$. Тогда для фиксированной l все подходящие правые границы лежат на $[r_1, r_2)$.

Сложность работы: $\mathcal{O}(n)$.